ISEC Lisboa

Ciência de Dados

Preparação (9 de junho de 2026)

ESCOLA DE GESTÃO, ENGENHARIA E AERONÁUTICA

Nome: **Número de estudante:**

1. Um aeroporto tem 100 aviões programados para descolar num determinado dia. Cada avião tem um tempo de espera na pista que varia entre 1 e 6 minutos. Estime a probabilidade de que o tempo total de espera seja inferior a 370 minutos.

2. É conhecido que o tempo (em minutos) entre aterragens consecutivas num determinado aeroporto segue uma distribuição exponencial negativa com parâmetro $\lambda = 1/7$ (ou seja, em média, ocorre uma aterragem a cada 7 minutos). Durante um determinado período, foram registados os tempos entre 540 aterragens consecutivas. Qual é a probabilidade aproximada de que a soma total destes tempos seja inferior a 3780 minutos?

3. Um teste de controlo de qualidade verifica amostras de componentes para um *flap* para determinar se estão aeronavegáveis. Cada amostra contém 20 componentes, e a probabilidade de cada componente estar válido é de 0.85. A empresa realiza 500 testes de amostras independentes ao longo de um mês. Qual é a probabilidade aproximada de que o número total de componentes válidos nestas 500 amostras seja inferior a 8300?

4. Um aeroporto internacional monitora o número de passageiros em cada voo que chega ao terminal. Dados históricos mostram que o número de passageiros por voo segue aproximadamente uma distribuição normal com média de 180 passageiros e desvio padrão de 35 passageiros. Durante a temporada alta de verão, estão programados 420 voos para chegar a este aeroporto nos próximos 30 dias. Qual é a probabilidade aproximada de que o número total de passageiros que chegarão ao aeroporto durante este período seja superior a 78000 passageiros?

5. Um sistema hidráulico crítico de uma aeronave comercial apresenta uma taxa de falha constante de λ falhas por hora de voo. Suponha que o tempo até à falha segue uma distribuição exponencial negativa da forma

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

com $\lambda > 0$.

   (a) Prove que $E[X] = 1/\lambda$ e $\text{Var}(X) = 1/\lambda^2$.

   (b) Prove que $\hat{\lambda} = 1/\overline{X}$ é o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro desconhecido λ, com base numa amostra aleatória simples $X_1, \ldots, X_n$, onde $\overline{X}$ denota o tempo médio amostral até à falha.

   (c) Determine a função eficiência desse estimador.

   (d) Numa amostra aleatória simples de dimensão $n = 100$, obteve-se $\overline{X} = 6$. Construa um intervalo de confiança a 95% para o parâmetro λ.

6. Considere que $\hat{\Theta}_1$ e $\hat{\Theta}_2$ são estimadores da verdadeira velocidade da perda aerodinâmica θ (medida nós) de uma aeronave de tal modo que

$$E(\hat{\Theta}_1) = \theta \qquad \text{Var}(\hat{\Theta}_1) = 3$$
$$E(\hat{\Theta}_2) = 3\theta \qquad \text{Var}(\hat{\Theta}_2) = 1$$

Qual dos estimadores é o mais eficiente para a estimação da verdadeira velocidade de perda?

7. Uma variável aleatória segue uma distribuição de Poisson com o parâmetro $\lambda > 0$. Relembrando que, para esta distribuição,

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

onde $k = 0, 1, 2, \ldots$, encontre a estimativa de máxima verossimilhança para o parâmetro λ com base na amostra $\{2, 1, 4, 4, 2\}$, onde k representa o número de aterragens num determinado aeroporto por hora.

8. Duas amostras aleatórias simples e independentes são retiradas de uma população, que consiste em componentes operacionais e com defeito de uma aeronave. Para $i = 1, 2$, considere que:

- N_i é a dimensão da amostra i,
- X_i é o número de componentes com defeito na amostra i.

Qual dos seguintes estimadores para a proporção de componentes com defeito na população é o mais eficiente?

$$\hat{P}_1 = \frac{X_1 + X_2}{N_1 + N_2} \qquad \hat{P}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{X_1}{N_1} + \frac{X_2}{N_2}\right)$$

9. Considere uma população finita com $N+M$ componentes, dos quais N não estão aeronavegáveis. Duas amostras aleatórias simples são retiradas desta população, sem reposição. Para $i = 1, 2$, considere que:

- n_i é a dimensão da amostra i,
- X_i é o número de componentes com defeito na amostra i.

Qual dos seguintes estimadores para a proporção de componentes com defeito $(p = N/(N + M))$ na população é o mais eficiente?

$$\hat{P}_1 = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} \qquad \hat{P}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{X_1}{n_1} + \frac{X_2}{n_2}\right)$$

10. Considere que o consumo de combustível Y de um avião comercial segue uma distribuição normal, com média μ e um desvio padrão $\sigma = 0.5$ (em milhares de litros por hora). Uma amostra aleatória de 25 voos foi analisada, da qual resultou uma média amostral, $\overline{Y} = 4.2$ (em milhares de litros por hora).

(a) Calcule o intervalo de confiança (de 99%) para μ.

(b) A um nível de confiança de 99%, qual deverá ser a dimensão da amostra de modo a que o erro máximo, quando $\overline{Y}$ é usado como estimativa de μ, não ultrapasse 0.1 (em milhares de litros por hora)?

11. Considere que a velocidade de cruzeiro X de uma aeronave segue uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão σ, ambos desconhecidos (em nós). Uma amostra aleatória de 25 voos foi registada, da qual resultou uma média amostral $\overline{X} = 540$ nós e um desvio padrão amostral $S = 8$ nós.

(a) Calcule o intervalo de confiança (de 95%) para σ.

(b) A um nível de confiança de 95%, qual deverá ser a dimensão da amostra de modo a que a amplitude do intervalo de confiança para o desvio padrão seja no máximo 2 nós?

12. Uma companhia aérea deseja avaliar se a implementação de um novo procedimento operacional resultou em uma redução significativa no consumo médio de combustível durante voos comerciais de uma determinada rota. Historicamente, o consumo médio de combustível para voos nesta rota, realizados com aeronaves Airbus A320, é de 4200 litros por voo. Após a implementação de um novo procedimento operacional, foram registados os seguintes consumos (em litros) para 8 voos:

$$4100 \quad 4050 \quad 4200 \quad 4000 \quad 4150 \quad 4080 \quad 4120 \quad 4070$$

Com base nesses dados, teste, ao nível de significância de 5%, se o novo procedimento reduziu o consumo médio de combustível por voo.

13. Pretende-se introduzir um novo processo na fabricação de peças para aeronaves, visando reduzir a variabilidade do processo de produção. O processo atual apresenta uma variabilidade de $\sigma^2 = 15$. Como a implementação completa do novo processo implica custos elevados, decidiu-se realizar um teste com 16 peças fabricadas utilizando o novo método. A um nível de significância de 5%, e sabendo que a variância da amostra foi $S^2 = 7.2$, qual deve ser a decisão a tomar?

14. Uma empresa aérea considera que o sistema de manutenção implementado é eficiente se a probabilidade de uma aeronave estar operacional for de pelo menos 95%. Para verificar a qualidade do sistema, foi realizado um teste com 200 aeronaves, e constatou-se que 18 delas não estavam aeronavegáveis. Qual é a conclusão estatística da empresa? Justifique.

15. Um processo para determinar a frequência de operação de um equipamento de comunicação de uma aeronave resultou no seguinte conjunto de dados (em MHz):

$$124.95 \quad 125.00 \quad 124.98 \quad 124.97 \quad 125.01 \quad 124.99 \quad 125.02 \quad 124.96$$

De acordo com regulamentos presentes na aviação, a frequência de operação do equipamento não deverá apresentar um desvio padrão que ultrapasse 0.03 MHz. Acredita que a amostra recolhida permite-nos afirmar que o equipamento está de acordo com a regulamentação? Justifique a resposta, explicando as hipóteses utilizadas.

16. Um investigador pretende averiguar se uma determinada técnica de pilotagem tem como efeito secundário a redução do consumo de combustível por hora em aeronaves. Inicialmente, são efetuadas medições do consumo de combustível por hora em 15 voos sem a utilização da técnica. Após 6 meses de utilização regular da técnica, são efetuadas novas medições do consumo de combustível por hora. As medições obtidas foram:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Antes	70	80	72	76	76	76	76	72	82	64	74	92	74	68	84
Depois	68	72	62	70	58	66	68	52	64	72	74	60	74	72	74

Com base nos dados recolhidos, podemos afirmar, com uma confiança de 95%, que o uso desta técnica reduz o consumo de combustível por hora?

17. Pretende-se verificar se o número de incidentes registrados em uma determinada companhia aérea varia conforme o dia da semana. O número total de incidentes observados para cada dia da semana, em 3 semanas escolhidas aleatoriamente, encontra-se na seguinte tabela:

Dia da semana	**Número de incidentes**
segunda-feira	45
terça-feira	35
quarta-feira	44
quinta-feira	46
sexta-feira	38
sábado	32
domingo	48

18. Uma companhia aérea está a estudar o número de tentativas necessárias para que um avião consiga aterrar sem atrasos devido a condições meteorológicas adversas. Ao que tudo indica, a probabilidade de um voo aterrar sem atraso em cada tentativa é de $p = 0.63$, e que o número de tentativas até a primeira aterragem sem atraso segue uma distribuição geométrica.

(a) Para testar esta hipótese, foram recolhidos dados de 100 voos, registando para cada voo o número de tentativas necessárias até aterrar sem atraso. Os resultados observados foram:

Número de tentativas até sucesso	**Frequência observada**
1	58
2	25
3	10
4	7

(b) Teste a hipótese de que o número de tentativas até a primeira aterragem sem atraso segue uma distribuição geométrica sabendo que

$$\hat{p} = 1/\overline{x},$$

é o estimador de máxima verossimilhança para p de uma distribuição geométrica e $\overline{x}$ é a média amostral.